O matemático que sabia medir - II e III

Matemática

Enviado por: Visitante

Postado em:07/06/2008

Continuação da matéria publicada no dia 28.05.Leia mais...

O conceito de infinito já permeava os gregos da era clássica, desde a época de Zenão de Eléia (495-430 a.C.). Ele foi o criador de quatro paradoxos famosos, que não puderam ser explicados pela lógica de seu tempo, por requerer os conceitos modernos de convergência de séries e limites. Usando uma noção de medida, Zenão conjecturou que qualquer movimento seria impossível. Seu raciocínio era o seguinte. Se uma flecha for lançada em direção a um alvo, ela deve inicialmente percorrer metade da distância. Em seguida, mais metade da distância restante, e assim por diante. Como as distâncias se tornam menores a cada iteração, a flecha acabaria parada no ar! Claro, esse problema é hoje solucionado com o uso de convergência de séries infinitas, mas esse conceito não estava disponível naquele tempo. Johannes Kleper (1571-1630) pensou nas áreas de figuras planas e volumes de sólidos como um número infinito de elementos infinitesimais, provavelmente influenciado pelo antigo método da exaustão. Galileu Galilei (1564-1642) desenvolveu um método de integração, mostrando que, para aceleração uniforme, a área sob a curva velocidade versus tempo era a distância percorrida. Ele chegou muito perto do teorema fundamental do Cálculo. Bonaventura Cavalieri (1598-1647) usou as idéias de Kepler e Galileu, e deu continuidade ao estudo de áreas de figuras planas e volumes a partir de indivisíveis. O desenvolvimento do método geral de cálculo só foi possível graças ao trabalho independente de Isaac Newton (1642-1727) e Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716). Ambos concluiram que a integração era a operação inversa da diferenciação, apesar de não terem formulado isso de forma precisa. Newton criou os fluxions, que ele usava para ilustrar a noção de incremento. Leibniz descobriu o cálculo enquanto lidava com seqüências de funções. Ele é responsável pela criação do símbolo de integral, assim como do diferencial. A idéia da integração como uma soma e da diferenciação como um tipo de subtração levou Leibniz a pensar na integral e derivada como processos inversos. O tratamento rigoroso da integração foi o trabalho de Augustin Louis Cauchy (1789-1857), que definiu e provou a existência da integral de uma função contínua como o somatório do produto de valores da função por partições associadas do intervalo de medida. Ele também demonstrou o teorema fundamental do Cálculo, usando sua definição, e estudou as integrais impróprias. Muitos estudantes de Engenharia e Matemática gostariam que essas integrais, por serem impróprias, não devessem ser mostradas abertamente, talvez por não terem limites ou, quem sabe, por apresentarem o infinito como limite inferior ou superior. Fonte: JC OnLine Bernhard Riemann (1826-1866), que dá nome ao método de integração usual em Engenharia, generalizou o trabalho de Cauchy com integrais e publicou um estudo sobre séries trigonométricas. A utilização do cálculo integral para medição de áreas e volumes passou a ser comum. A noção moderna da integral de Riemann foi finalizada por Gaston Darboux (1842-1917), que demonstrou que uma função é integrável, ou tem sua área mensurável, quando as somas superior e inferior de Riemann convergem para o mesmo valor, à medida em que os subintervalos tendem a zero, para qualquer partição usada. Porém, mesmo com a generalização do conceito de medida, usando a integral, alguns Matemáticos descobriram funções que não podiam ser integradas, ou seja, suas áreas não tinham como ser medidas com a régua de Riemann. Lejeune Dirichlet (1805-1859), foi um dos responsáveis pelo impasse, ao considerar uma função que assume o valor unitário, para valores do conjunto dos racionais, e zero, para pontos no conjunto dos irracionais. Ambos são subconjuntos do conjunto dos números reais. O conjunto dos irracionais é não enumerável, assim como o conjunto dos reais. Ele é denso e tem cardinalidade do contínuo, enquanto o conjunto dos racionais tem mesma potência do conjunto dos números naturais, ou seja, é contável. A função de Dirichlet tem então um número infinito de descontinuidades, e não pode ser medida com a integral de Riemann. É como usar uma régua para medir um comprimento que está recheado de buracos. O conceito formal de medida, derivado inicialmente da mensuração de comprimentos e áreas, precisava ser estabelecido. Ele sempre foi ligado, no caso da reta, por exemplo, à medida ou conteúdo de um intervalo determinado. Camille Jordan (1838-1922) e Giuseppe Peano (1858-1932) introduziram a idéia de conteúdo interno e externo de um conjunto, precursora da noção formal de medida. Félix Edouard Justin Émile Borel (1871-1956) criou a primeira teoria da medida de conjunto de pontos. Ele redefiniu o conteúdo de um conjunto como sua medida, a partir do trabalho de Georg Cantor (1845-1918). E também definiu a medida da união de conjuntos como a soma das medidas individuais e mostrou que conjuntos de medida não nula são não enumeráveis, ou seja, não podem ser colocados em correspondência biunívoca (todos os elementos emparelhados) com os números naturais. O raciocínio pode ser posto da seguinte maneira: a medida de um subintervalo da reta que contém apenas um ponto é certamente zero, porque um ponto não ocupa espaço. Um conjunto finito de tais pontos também tem medida zero, porque seria o somatório de medidas nulas. Um conjunto enumerável (contável) de pontos, mesmo que seja infinito, apesar de ser mais difícil de visualizar, também tem medida nula. Na função apresentada por Dirichlet, os pontos racionais são levados, ou mapeados, na unidade, mas todos têm medida nula. Então, a medida de qualquer subintervalo dessa função deveria depender apenas dos números irracionais. O estudo do contínuo, que envolve conjuntos incontáveis, infinitos ainda maiores que outros infinitos e números transfinitos, foi desenvolvido por Cantor. A medição desses conjuntos, e das funções das quais são domínios, foi o trabalho de Henri Lebesgue - o matemático que sabia medir. Fonte: JC OnLine.